PODSTAWY TEORII UKŁADÓW CYFROWYCH

Liczby zmiennoprzecinkowe

Opracował: Andrzej Nowak

Bibliografia: **Urządzenia techniki komputerowej,** K. Wojtuszkiewicz
http://pl.wikipedia.org/

Zapis zmiennoprzecinkowy

W obliczeniach inżynierskich, matematycznych czy naukowych operuje się wielkościami zarówno bardzo dużymi, jak i bardzo małymi.

Zapis takich liczb w systemie binarnym byłby mało efektywny z uwagi na wymaganą ilość bitów.

Dzisiaj zapewne można by się z tym pogodzić, ale większość systemów liczbowych dla maszyn cyfrowych opracowano w czasach, gdy pamięć stanowiła poważny procent kosztu całej maszyny i programiści dbali o jej efektywne wykorzystywanie.

Z kolei liczby o dużej ilości bitów wymagają więcej czasu na przetworzenie lub sprzętu o większej mocy obliczeniowej.

Wobec tego szukano sposobu przedstawiania liczb o dużym zakresie przy pomocy niewielkiej liczby bitów.

Rozwiązaniem okazał się zapis zmiennoprzecinkowy.

Na pewno spotkaliście już dziesiętny zapis zmiennoprzecinkowy.

Chętnie stosują go fizycy dla wielkości bardzo dużych (lub bardzo małych).

Na przykład moglibyśmy zapisać, że rok świetlny to **9454254955488000 [m]**.

Liczbę taką źle się czyta. Jeśli nie jest nam potrzebna wielka dokładność, to możemy zapisać:

rok świetlny ≈ 9,45 x 10^{15} [m]

Dużą liczbę zapisaliśmy przy pomocy trzech mniejszych liczb:

Mantysy - 9,45
Podstawy - 10
Wykładnika 15

Ponieważ podstawa jest dla danego systemu stała i znana, więc nie musimy jej zapamiętywać wraz z liczbą. Wystarczy informacja o mantysie oraz wykładniku. Niektóre kalkulatory naukowe w ten właśnie sposób prezentują duże liczby:

9,45 15

Sposób ten możemy prosto uogólnić na dowolny, pozycyjny system liczenia.

Wzór obliczania wartości liczby zmiennoprzecinkowej jest zawsze ten sam:

$$W_{FP} = m \times p^{w}$$

m - mantysa zapisana w systemie o podstawie p

p - podstawa danego systemu pozycyjnego

w - wykładnik zapisany w systemie o podstawie p.

Obliczmy dla przykładu wartość liczby zmiennoprzecinkowej zapisanej w systemie czwórkowym:

$(3{,}21 \times 10^{12})_{(4)}$.

Przy obliczaniu tego typu wartości musimy pamiętać, że wszystkie trzy elementy są zapisane w systemie o podstawie **p** (równej 4).

$m = 3{,}21_{(4)}$

$m = 3 \times 4^{0} + 2 \times 4^{-1} + 1 \times 4^{-2}$

$m = 3 \times 1 + 2 \times {}^{1}/_{4} + 1 \times {}^{1}/_{16}$

$m = 3 + {}^{2}/_{4} + {}^{1}/_{16}$

$m = 3\,{}^{9}/_{16}$

$p = 10_{(4)}$

$p = 1 \times 4^{1} + 0 \times 4^{0}$

$p = 1 \times 4 + 0 \times 1$

$p = 4$

$w = 12_{(4)}$

$w = 1 \times 4^{1} + 2 \times 4^{0}$

$w = 1 \times 4 + 2 \times 1$

$w = 4 + 2$

$w = 6$

$(3{,}21 \times 10^{12})_{(4)} = \mathbf{3\,{}^{9}/_{16}} \times \mathbf{4^{6}} = 14592_{(10)}$

Zapamiętaj

Aby obliczyć wartość liczby zmiennoprzecinkowej zapisanej w dowolnym systemie pozycyjnym o podstawie **p**, oblicz dziesiętną wartość mantysy **m** oraz wykładnika **w** i podstaw wyniki do wzoru:

$$W_{FP} = m \times p^{w}$$

Uwaga:

Mantysa jest liczbą stałoprzecinkową ze znakiem, która posiada ustaloną liczbę cyfr całkowitych oraz ułamkowych. Wykładnik jest zawsze liczbą całkowitą.

Niejednoznaczność zapisu zmiennoprzecinkowego

Pierwszą, charakterystyczną cechą liczb zmiennoprzecinkowych jest niejednoznaczność zapisu wartości liczby.

$$9{,}45 \text{ x } 10^{15} = 94{,}5 \text{ x } 10^{14} = 0{,}945 \text{ x } 10^{16}$$

Wszystkie trzy zapisy przedstawiają tą samą wartość.

Wynika stąd, iż w zapisie zmiennoprzecinkowym liczby można przedstawiać w różnych kombinacjach mantys i wykładników.

Stąd nazwa - zmiennoprzecinkowe (ang. floating point number).